

الجذور المربعة

تعريف 1

العدد الحقيقي الذي مربعه هو a يسمى جذر لـ a و
يرمز له بـ \sqrt{a} (حيث $a \geq 0$)

تعريف 2

\sqrt{a} هو العدد الحقيقي الذي نضربه في نفسه ونحصل على
العدد الموجب a

أمثلة

$$* \sqrt{9} \times \sqrt{9} = 9$$

$$* \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

$$* \sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$$

إذا كان a عدد حقيقي موجب فإن:

$$* \sqrt{a^2} = a$$

$$* (\sqrt{a})^2 = a$$

التعريف التطبيقي:

بسط مايلي:

$$* \sqrt{81} \quad * \sqrt{16} \quad * \sqrt{25} \quad * \sqrt{0,01}$$

$$* \frac{\sqrt{16}}{9} \quad * \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} \quad * \frac{\sqrt{50}}{98} \quad * (\sqrt{3})^8$$

$$* \frac{\sqrt{9} + \sqrt{225}}{\sqrt{49}} \quad * \sqrt{31 + \sqrt{21} + \sqrt{9} + \sqrt{49}}$$

تجميع التعريف التطبيقي:

$$* \sqrt{16} = 4 \quad * \sqrt{81} = 9$$

$$* \sqrt{25} = 5 \quad * \sqrt{0,01} = 0,1$$

$$* \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3} \quad * \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9}$$

$$* \sqrt{\frac{50}{98}} = \sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}$$

$$* (\sqrt{3})^8 = \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3} \times \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3} \times \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3} \times \underbrace{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}_{=3} \times \sqrt{3}$$

$$= 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 81$$

$$* \frac{\sqrt{9} + \sqrt{225}}{\sqrt{49}} = \frac{3 + 15}{7} = \frac{18}{7} = \frac{18}{7}$$

$$\begin{aligned}
 * \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{9 + \sqrt{49}}}} &= \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{9 + 4}}} \\
 &= \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{16}}} \\
 &= \sqrt{31 + \sqrt{21 + 4}} \\
 &= \sqrt{31 + \sqrt{25}} \\
 &= \sqrt{31 + 5} \\
 &= \sqrt{36} = 6
 \end{aligned}$$

*** حل المعادلة $x^2 = a$**

**** حل المعادلة $x^2 = a$ (حيث $a > 0$)**

***** حل المعادلة $x^2 = 16$**
 لدينا
 $x^2 = 16$
 يعني أن $x = 4$ أو $x = -4$
 وبالتالي المعادلة لها حلين هما 4 و -4

***** حل المعادلة $x^2 = 5$**
 لدينا
 $x^2 = 5$
 يعني أن $x = \sqrt{5}$ أو $x = -\sqrt{5}$
 وبالتالي المعادلة لها حلين هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$

* لدينا $x^2 = 5$
 يعني أن $x^2 = 4 \times 5$
 يعني أن $x^2 = 20$
 يعني أن $x = \sqrt{20}$ أو $x = -\sqrt{20}$
 وبالتالي المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{20}$ و $-\sqrt{20}$.

* لدينا $9x^2 - 8 = 0$
 يعني أن $9x^2 = 8$
 يعني أن $x^2 = \frac{8}{9}$
 يعني أن $x = \sqrt{\frac{8}{9}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{8}{9}}$
 وبالتالي المعادلة لها حلين هما $\sqrt{\frac{8}{9}}$ و $-\sqrt{\frac{8}{9}}$.

* لدينا $3x^2 - 4 = 0$
 يعني أن $3x^2 = 4$
 يعني أن $x^2 = \frac{4}{3}$
 يعني أن $x = \sqrt{\frac{4}{3}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{4}{3}}$
 وبالتالي المعادلة لها حلين هما $\sqrt{\frac{4}{3}}$ و $-\sqrt{\frac{4}{3}}$.

$$2x^2 = 6 \quad * \text{ لدينا}$$

$$x^2 = \frac{6}{2}$$

$$x^2 = 3 \quad \text{يعني أن}$$

$$x = -\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{3} \quad \text{يعني أن}$$

وبالتالي المعادلة لها حلين هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$.

$$\frac{4x^2}{3} = 4 \quad * \text{ لدينا}$$

$$4x^2 = 3 \times 4$$

$$4x^2 = 12 \quad \text{يعني أن}$$

$$x^2 = \frac{12}{4} \quad \text{يعني أن}$$

$$x^2 = 3 \quad \text{يعني أن}$$

$$x = -\sqrt{3} \quad \text{أو} \quad x = \sqrt{3} \quad \text{يعني أن}$$

وبالتالي المعادلة لها حلين هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$.

$$x^2 + 3 = 0 \quad * \text{ لدينا}$$

$$x^2 = -3 \quad \text{يعني أن}$$

وبالتالي المعادلة ليس لها حل.

خاصية 3:

ا و ب عدوان حقيقيان موجبان
 * اذا كان $\sqrt{a} = b$ فان $b^2 = a$
 * اذا كان $b^2 = a$ فان $\sqrt{a} = b$

خاصية 4:

اذا كان a و b عدوان حقيقيان موجبان فان:
 * $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
 * $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

تعميمات اخرى:

بسط ما يلي:

- * $\sqrt{50}$
- * $5\sqrt{49}$
- * $\sqrt{49} + 7\sqrt{6} \times 2\sqrt{54}$
- * $\sqrt{5^3 \times 7^5 \times 100}$
- * $\sqrt{363}$
- * $\sqrt{3} \times \sqrt{21 \times 7}$
- * $\sqrt{49} \times \sqrt{198}$

وهي تعميم للتطبيق 1

<ul style="list-style-type: none"> * $\sqrt{50}$ = $\sqrt{25 \times 2}$ = $\sqrt{25} \times \sqrt{2}$ = $5 \times \sqrt{2}$ = $5\sqrt{2}$ 	<ul style="list-style-type: none"> * $\sqrt{363}$ = $\sqrt{121 \times 3}$ = $\sqrt{121} \times \sqrt{3}$ = $11 \times \sqrt{3}$ = $11\sqrt{3}$
---	--

$$\begin{aligned}
 * 5\sqrt{27} &= 5 \times \sqrt{27} \\
 &= 5 \times \sqrt{9 \times 3} \\
 &= 5 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} \\
 &= 5 \times 3 \times \sqrt{3} \\
 &= 15 \times \sqrt{3} \\
 &= 15\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \sqrt{198} &= \sqrt{64 \times 3} \\
 &= \sqrt{64} \times \sqrt{3} \\
 &= 8 \times \sqrt{3} \\
 &= 8\sqrt{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \sqrt{45} &= \sqrt{9 \times 5} \\
 &= \sqrt{9} \times \sqrt{5} \\
 &= 3 \times \sqrt{5} \\
 &= 3\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

خاصية 5

إذا كان a و b عددان حقيقيان موجبان و b غير صفري فإن:

$$* \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

$$* \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

أولوية تدبير في

$$* \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$$

$$* \frac{\sqrt{112}}{\sqrt{28}}$$

$$* \frac{3\sqrt{360}}{4\sqrt{45}}$$

مسطر كالتالي:

$$* \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{6} \times \sqrt{11}}$$

$$* 16 \times \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$* \sqrt{\frac{0,49}{0,01}}$$

أمثلة التوسيع

$$* \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{99}{3}} = \sqrt{9} = 3$$

$$* \frac{\sqrt{119}}{\sqrt{29.75}} = \sqrt{\frac{119}{29.75}} = \sqrt{4} = 2$$

$$* 16 \times \sqrt{\frac{1}{16}} = 16 \times \frac{1}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$* \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{7}}{\sqrt{9} \times \sqrt{14}} = \frac{\sqrt{4 \times 7}}{\sqrt{9 \times 14}} = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{126}} = 1$$

$$* \frac{3 \sqrt{360}}{4 \sqrt{45}} = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{360}}{\sqrt{45}} = \frac{3}{4} \times \sqrt{\frac{360}{45}} = \frac{3}{4} \times \sqrt{\frac{64}{9}}$$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$$

$$= \frac{8}{4} = 2$$

$$* \sqrt{\frac{0,49}{0,01}} = \sqrt{\frac{49}{1}} = \sqrt{49} = 7$$

خاصة ٥

إذا كان a عدد سقوي، فربما غير متقدم فإن

$$* \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} = \sqrt{\frac{1}{a}}$$

تعريف 3

a و b عددا حقيقيان موجبان :
 * العدد $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ يسمى مرافق العدد $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

خاصية 7

إذا كان a و b عددا حقيقيان موجبان فإن :
 * $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

تعريف تطبيقي

- اجعل المقامات العدد التالية أعداد صحيحة :

$$* \frac{5}{\sqrt{11} - \sqrt{5}}$$

$$* \frac{3}{\sqrt{2} - 1}$$

$$* \frac{5}{\sqrt{7} - 2} - \frac{6}{\sqrt{7}}$$

$$* \frac{2 + \sqrt{5}}{7 + \sqrt{5}} - \frac{3 - \sqrt{3}}{7 - \sqrt{3}}$$

تصبح التعريف التطبيقي :

$$* \frac{5}{\sqrt{11} - \sqrt{5}} = \frac{5 \times (\sqrt{11} + \sqrt{5})}{(\sqrt{11} - \sqrt{5})(\sqrt{11} + \sqrt{5})} = \frac{5\sqrt{11} + 5\sqrt{5}}{11 - 5}$$

$$* \frac{6}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} = \frac{6(\sqrt{7} + \sqrt{2})}{(\sqrt{7} - \sqrt{2})(\sqrt{7} + \sqrt{2})} = \frac{6\sqrt{7} + 6\sqrt{2}}{7 - 2}$$

$$= \frac{6\sqrt{7} + 6\sqrt{2}}{5}$$