معادلة مستقيم

تعريف 1:

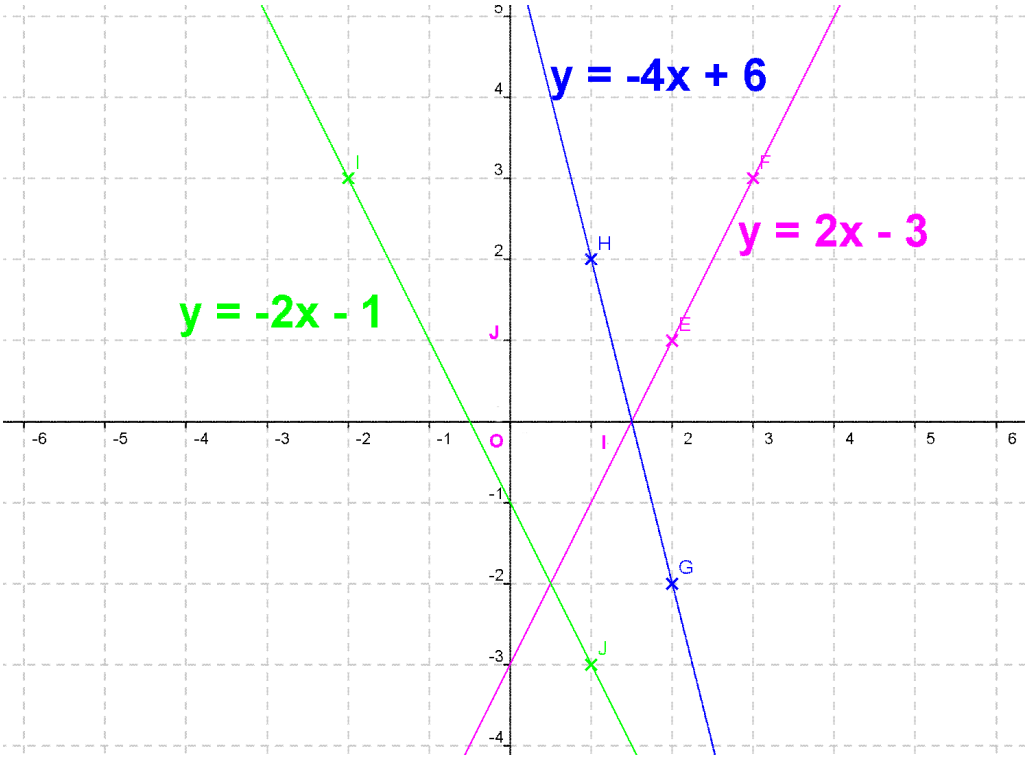
(O,I,J) معلم متعامد ممنظم منسوب للمستوى .

كل مستقيم (D) من المستوى غير مواز لمحور الأراتيب له معادلة على الشكل $y = mx + p$.

تسمى المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .

العدد m يسمى الميل أو المعامل الموجه.

العدد p يسمى الأرتوب عند الأصل.



خاصية 1:

(O,I,J) معلم متعامد ممنظم منسوب للمستوى و (D) مستقيم معادلته المختصرة $y=mx+p$.

إذا كانت $M(x_M;y_M)$ نقطة من المستقيم (D) فإن إحداثياتها تحقق المعادلة أي $y_M=mx_M+p$.

تمرين تطبيقي:

(D) مستقيم معادلته المختصرة $y=2x-1$ و $A(1;1)$ و $B(2;5)$ و $C(-3;-7)$. حدد النقط التي تنتمي إلى المستقيم (D).

- لدينا $2x_A-1=2\times1-1=2-1=1=y_A$

إذن A تنتمي إلى المستقيم (D).

- لدينا $2x_B-1=2\times2-1=4-1=3\neq y_B$

إذن B لا تنتمي إلى المستقيم (D).

- لدينا $2x_C-1=2\times(-3)-1=-6-1=-7=y_C$

إذن تنتمي إلى المستقيم (D).

ملاحظة:

إذا كانت إحداثيات نقطة M لا تحقق معادلة مستقيم (D) فإن M لاتنتمي إلى (D).

قاعدة 1:

لإنشاء مستقيم (D) معادلته المختصرة $y=mx+p$.
نقوم باختيار عددان حقيقيان a و b ثم ننشئ النقطتين $A(a;ma+p)$ و $B(b;mb+p)$
المستقيم (AB) هو المستقيم (D).

تمرين تطبيقي:

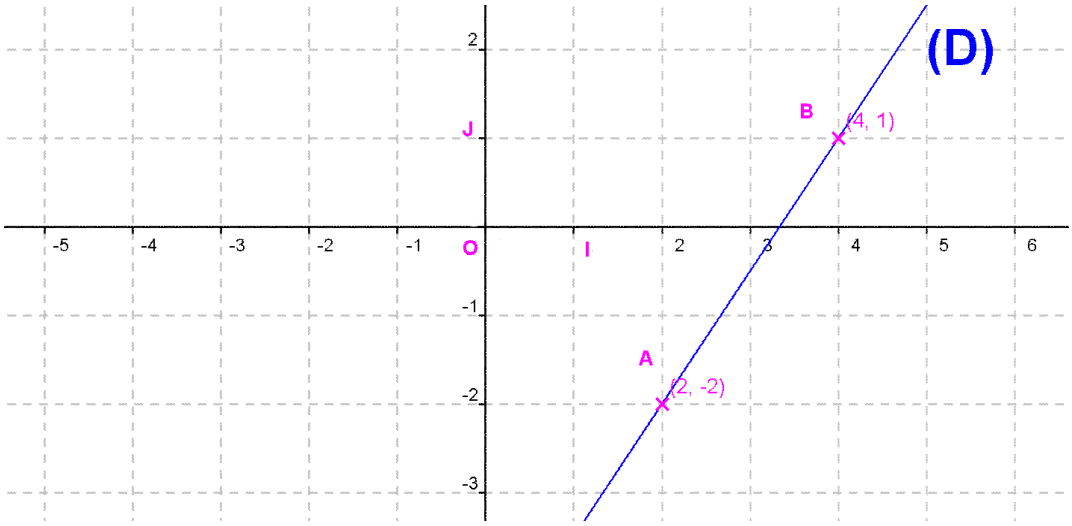
انشئ المستقيم (D) الذي معادلته المختصرة $y=\frac{3}{2}x-5$.

نختار العددين 2 و 4.

لدينا $\frac{3}{2}\times 2-5=3-5=-2$

$\frac{3}{2}\times 4-5=6-5=1$

إذن $A(2;-2)$ و $B(4;1)$ تنتميان إلى (D).



خاصية 2:

إذا كانت $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ نقطتين مختلفتين من مستقيم (D) غير موازٍ لمحور الأراتيب فإن العدد $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}$ هو ميل المستقيم (D).

قاعدة 2:

لتحديد الأرتوب عند الأصل p لمستقيم (D) نعلم ميله m ثم نحل المعادلة ذات المجهول p.

نقوم باختيار نقطة $M(x_M;y_M)$.

$$y_M = mx_M + p$$

تمرين تطبيقي:

$A(1;3)$ و $B(2;-1)$ نقطتين من المستوى.

حدد المعادلة المختصرة للمستقيم (AB).

* تحديد الميل m:

$$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-1-3}{2-1}=\frac{-4}{1}=-4$$

* تحديد الأرتوب عند الأصل p:

لدينا A تنتمي إلى المستقيم (AB)

إذن $3=-4\times 2+p$

$3=-8+p$

$p=8+3$

$p=11$

وبالتالي المعادلة المختصرة للمستقيم (AB) هي $y=-4x+11$

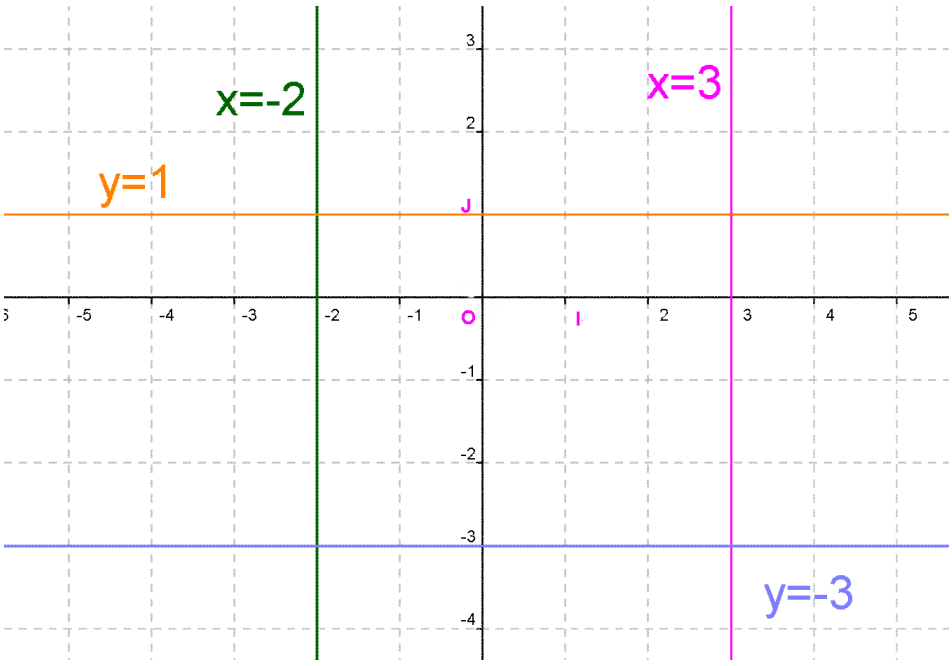
ملاحظة:

المعادلة المختصرة لكل مستقيم (D) واز لمحور الأفاصيل

$y=p$ حيث p هو أرتوب نقطة تقاطع (D) مع محور الأراتيب.

المعادلة المختصرة لكل مستقيم (D) واز لمحور الأراتيب

$x=a$ حيث a هو أفصول نقطة تقاطع (D) مع محور الأفاصيل.



خاصية 3:

$A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ و $C(x_C;y_C)$ ثلاث نقط من المستوى.

إذا كان $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}$

فإن A و B و C نقط مستقيمية.

تمرين تطبيقي:

$A(1;2)$ و $B(3;5)$ و $C(5;8)$ ثلاث نقط من المستوى.

بين أن A و B و C نقط مستقيمية.

لدينا $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{5-2}{3-1}=\frac{3}{2}$

$\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=\frac{8-2}{5-1}=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

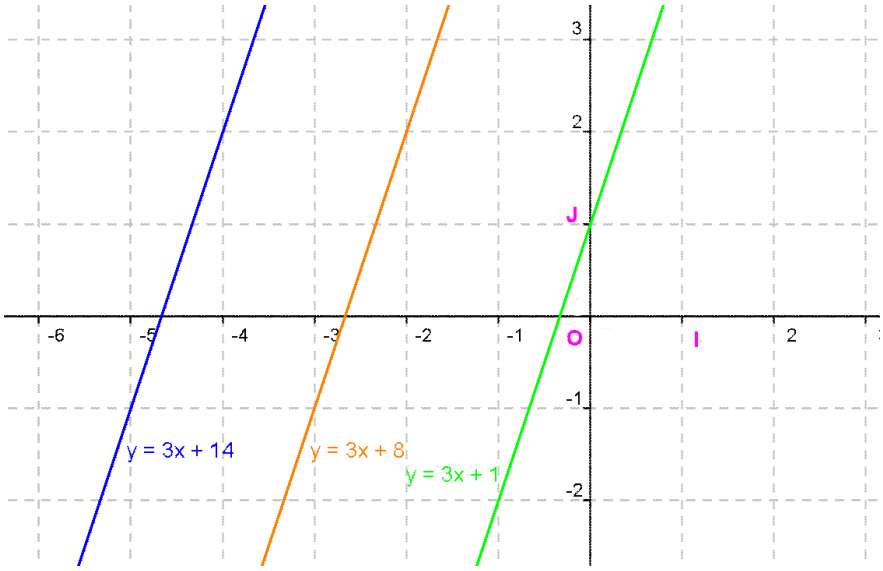
إذن $\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{y_C-y_A}{x_C-x_A}$

وبالتالي A و B و C نقط مستقيمية.

خاصية 4:

$(D):y=mx+p$ و $(D'):y=m'x+p'$

- إذا كان $(D)//(D')$ فإن $m=m'$.
- إذا كان $m=m'$ فإن $(D)//(D')$.



خاصية 5:

$(D'): y = m'x + p'$ و $(D): y = mx + p$

* إذا كان $(D) \perp (D')$ فإن $m \times m' = -1$.
* إذا كان $m \times m' = -1$ فإن $(D) \perp (D')$.