المعادلات و المتراجحات

تعريف 1:

كل متساوية يمكن كتابتها على شكل $ax+b=0$ حيث a و b عددان حقيقيان معلومان تسمى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

مثال:

- $\sqrt{2}x+5=0$
- $\frac{2}{3}x-2=\frac{5}{2}$
- $5(\sqrt{2}x+3)=7$
- $-\sqrt{3}x+7=2x-\sqrt{5}$

حل المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

حل المعادلة $\sqrt{2}x+4=0$.

لدينا $\sqrt{2}x+4=0$

يعني أن $\sqrt{2}x=-4$

يعني أن $x=\frac{-4}{\sqrt{2}}$

يعني أن $x=\frac{-4\sqrt{2}}{2}$

يعني أن $x=-2\sqrt{2}$

وبالتالي المعادلة لها حل وحيد هو $-2\sqrt{2}$.

✷ **حل المعادلة** $2(2x-5)=-10+4x$.

لدينا $2(2x-5)=-10+4x$

يعني أن $4x-10=-10+4x$

يعني أن $4x-4x=-10+10$

يعني أن $0=0$

و بالتالي جميع الأعداد الحقيقية هي حل للمعادلة.

✷ **حل المعادلة** $1-12x=3(6-4x)$.

لدينا $1-12x=3(6-4x)$

يعني أن $1-12x=18-12x$

يعني أن $-12x+12x=18-1$

يعني أن $0=17$

و بالتالي المعادلة لا تقبل حلا.

ملاحظة :

كل معادلة من الدرجة الأولى تقبل حلا وحيدا أو تقبل جميع الأعداد حلولا لها أو لا تقبل أي حل.

تمرين تطبيقي :

حل المعادلات التالية :

- $2x-1=8x+3$
- $\frac{3}{2}x-5=3$
- $2(3x+6)-4=6x+8$
- $\sqrt{5}x+\sqrt{7}=\sqrt{7}x+\sqrt{5}$
- $\frac{\sqrt{7}}{2}x+\frac{\sqrt{7}x-3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$

✷ حل المعادلة $2x-1=8x+3$.

لدينا $2x-1=8x+3$

يعني أن $2x-8x=3+1$

يعني أن $-6x=4$

يعني أن $x=\frac{4}{-6}$

يعني أن $x=\frac{-2}{3}$

وبالتالي المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $\frac{-2}{3}$.

✷ حل المعادلة $\frac{3}{2}x-5=3$.

لدينا $\frac{3}{2}x-5=3$

يعني أن $\frac{3}{2}x=3+5$

يعني أن $\frac{3}{2}x=8$

يعني أن $x=8\times\frac{2}{3}$

يعني أن $x=\frac{16}{3}$

وبالتالي المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $\frac{16}{3}$.

✷ حل المعادلة $2(3x+6)-4=6x+8$.

لدينا $2(3x+6)-4=6x+8$

يعني أن $6x+12-4=6x+8$

يعني أن $6x+8=6x+8$

يعني أن $6x-6x=8-8$

يعني أن $0=0$

و بالتالي جميع الأعداد الحقيقية هي حل للمعادلة.

✷ حل المعادلة $\sqrt{5}x+\sqrt{7}=\sqrt{7}x+\sqrt{5}$.

لدينا $\sqrt{5}x+\sqrt{7}=\sqrt{7}x+\sqrt{5}$

يعني أن $\sqrt{5}x-\sqrt{7}x=\sqrt{5}-\sqrt{7}$

يعني أن $(\sqrt{5}-\sqrt{7})x=\sqrt{5}-\sqrt{7}$

يعني أن $x=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}-\sqrt{7}}$

يعني أن $x=1$

و بالتالي المعادلة تقبل حلا وحيدا هو 1 .

✷ حل المعادلة $\dfrac{\sqrt{7}}{2}x+\dfrac{\sqrt{7}x-3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$.

لدينا $\dfrac{\sqrt{7}}{2}x+\dfrac{\sqrt{7}x-3\sqrt{3}}{3}=-\sqrt{3}$

يعني أن $\dfrac{3\sqrt{7}}{6}x+\dfrac{2(\sqrt{7}x-3\sqrt{3})}{6}=\dfrac{-6\sqrt{3}}{6}$

يعني أن $3\sqrt{7}x+2(\sqrt{7}x-3\sqrt{3})=-6\sqrt{3}$

يعني أن $3\sqrt{7}x+2\sqrt{7}x-6\sqrt{3}=-6\sqrt{3}$

يعني أن $3\sqrt{7}x+2\sqrt{7}x=-6\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

يعني أن $(3\sqrt{7}+2\sqrt{7})x=0$

يعني أن $x=0$

وبالتالي المعادلة تقبل حلا و حيدا هو 0.

معادلات تؤول في حلها إلى معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

خاصية 1:

إذا كان A و B عددان حقيقيان حيث $A\times B=0$ فإن $A=0$ أو $B=0$.

معادلات يمكن كتابتها على شكل $(ax+b)(cx+d)=0$.

حل المعادلة $(3x+2)(5x-4)=0$.

لدينا $(3x+2)(5x-4)=0$

يعني أن $3x+2=0$ أو $5x-4=0$

يعني أن $3x=-2$ أو $5x=4$

يعني أن $x=\frac{-2}{3}$ أو $x=\frac{4}{5}$

وبالتالي المعادلة تقبل حلين هما $\frac{-2}{3}$ و $\frac{4}{5}$.

حل المعادلة $(2x+5)(x-4)+(3-4x)(2x+5)=0$.

لدينا $(2x+5)(x-4)+(3-4x)(2x+5)=0$

يعني أن $(2x+5)(x-4+3-4x)=0$

يعني أن $(2x+5)(-3x-1)=0$

يعني أن $2x+5=0$ أو $-3x-1=0$

يعني أن $-3x=1$ أو $2x=-5$

يعني أن $x=\frac{1}{-3}$ أو $x=\frac{-5}{2}$

يعني أن $x=-\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{5}{2}$

وبالتالي المعادلة تقبل حلين هما $-\frac{1}{3}$ و $-\frac{5}{2}$.

معادلات يمكن كتابتها على شكل $(ax+b)^2=0$ أو على $(ax-b)^2=0$.

حل المعادلة $4x^2+12x+9=0$.

لدينا $4x^2+12x+9=0$

يعني أن $(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2=0$

يعني أن $(2x+3)^2=0$

يعني أن $2x+3=0$

يعني أن $x=\frac{-3}{2}$

و بالتالي المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $-\frac{3}{2}$.

حل المعادلة $25x^2-40x+16=0$.

لدينا $25x^2-40x+16=0$

يعني أن $(5x)^2-2\times 5x\times 4+4^2=0$

يعني أن $(5x-4)^2=0$

يعني أن $5x-4=0$

يعني أن $5x=4$

يعني أن $x = \frac{4}{5}$

و بالتالي المعادلة تقبل حلا وحيدا هو $\frac{4}{5}$.

✷ المسائل.

قاعدة 1:

لحل مسألة نتبع المراحل التالية:

- ✷ فهم المسألة.
- ✷ تحديد المجهول المناسب.
- ✷ صياغة المعادلة.
- ✷ حل المعادلة.
- ✷ تأويل النتيجة.

مسألة :

حاليا ينقص سن إياد عن سن أبيه ب 43 عاما بعد 12 عاما سيصبح سن الأب 6 أضعف لسن ابنه.

ما هو السن الحالي للإبن.

✷ تحديد المجهول المناسب.

x السن الحالي للإبن.

✷ صياغة المعادلة.

$(x + 43) + 12 = 6x$

✷ حل المعادلة.

لدينا $(x + 43) + 12 = 6x$

يعني أن $x+43+12=6x$

يعني أن $x+55=6x$

يعني أن $x-6x=-55$

يعني أن $-5x=-55$

يعني أن $x=\frac{-55}{-5}$

يعني أن $x=11$

وبالتالي حل المعادلة هو 11.

✷ تأويل النتائج.

سن الإبن هو 11 سنة.

✷ المتراجحات.

تعريف 2:

كل متفاوتة يمكن كتابتها على الشكل $ax+b<0$ أو على $ax+b>0$ أو على $ax+b\leq 0$ أو على $ax+b\geq 0$ حيث a و b عددان حقيقيان معلومان تسمى متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

مثال:

- ✷ $3x+2<0$
- ✷ $2(x+4)>6x$
- ✷ $\frac{5}{2}x-2\leq\frac{3}{7}$
- ✷ $\sqrt{2}x+5\sqrt{3}\geq 2\sqrt{3}$

✷ حل المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

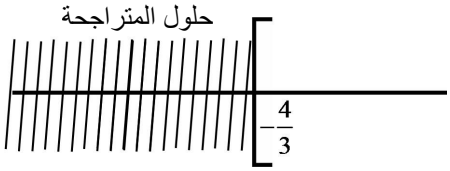
✷ حل المتراجحة $3x+4<0$.

لدينا $3x+4<0$

يعني أن $3x < -4$

يعني أن $x < \frac{-4}{3}$

وبالتالي جميع الأعداد الأصغر قطعا من $-\frac{4}{3}$ هي حل للمتراجحة.



حل المتراجحة $-2x + 6 \leq 10$.

لدينا $-2x + 6 \leq 10$

يعني أن $-2x \leq 10 - 6$

يعني أن $-2x \leq 4$

يعني أن $x \geq \frac{4}{-2}$

يعني أن $x \geq -2$

وبالتالي جميع الأعداد الأكبر من أو تساوي -2 هي حل للمتراجحة.