

نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تعريف 1:

* الكتابة $\begin{cases} a x + b y = c \\ a' x + b' y = c' \end{cases}$ حيث a و b و c و a' و b' و c' أعداد حقيقية معلومة تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

* كل الأزواج $(x; y)$ التي تحقق المعادلتين معا هي حل النظمة.

$$\begin{cases} 5x - y = 3 \\ -3x + 6y = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 9y = 10 \end{cases}$$

قاعدة 1:

لحل النظمة باستعمال طريقة التآليفة الخطية نقوم باختيار عددين مناسبين فنضرب المعادلة الأولى بالعدد الأول و المعادلة الثانية بالعدد الثاني لكي نحصل على نظمة في أحد الشكلين التاليين:

$$\begin{cases} a x + b y = c \\ a' x - b y = c' \end{cases} \quad \text{أو} \quad \begin{cases} -a' x + b y = c \\ -a' x + b' y = c' \end{cases}$$

معاملتي المجهول y متقابلين معاملتي المجهول x متقابلين

ثم نقوم بجمع المعادلتين طرفا بطرف فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد فنحلها فنجد قيمة المجهول الأول ثم نقوم بتعويض المجهول في إحدى المعادلتين بقيمته فنحصل على معادلة أخرى نحلها فنجد قيمة المجهول الثاني.

تمرين تطبيقي:

حل النظمة التالية باستعمال الطريقة التآلفية:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 4y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x + 4y = -1 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{cases} 10x + 15y = 20 \\ -10x - 8y = 2 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 10x + 15y = 20 \\ -10x - 8y = 2 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 10x + 15y = 20 \\ 7y = 22 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 10x + 15y = 20 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 10x + 15 \times \frac{22}{7} = 20 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 10x + \frac{330}{7} = 20 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 70x + 330 = 140 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 70x = 140 - 330 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} 70x = -190 \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-190}{70} \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-19}{7} \\ y = \frac{22}{7} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

وبالتالي حل النظام هو الزوج $\left(\frac{-19}{7}; \frac{22}{7}\right)$

قاعدة 2:

لحل نظام باستخدام طريقة التعويض نقوم باختيار إحدى المعادلتين فنحسب x بدلالة y ثم نعوض المجهول x في المعادلة الأخرى بهذه النتيجة فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد، نحلها فنحصل على قيمة y ثم بعدها نحسب قيمة x .

ملاحظة:

يمكن أيضا حساب y بدلالة x واتباع نفس مراحل القاعدة 2.

تمرين تطبيقي:

حل النظام التالي باستخدام طريقة التعويض:

$$\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + 4y = 4 \\ 3x + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{cases} 2x = 4 - 4y \\ 3x + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = \frac{4-4y}{2} \\ 3x + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ 3x + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ 3(2-2y) + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ 6-6y + 2y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ 6-4y = -5 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ -4y = -5-6 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ -4y = -11 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2-2y \\ y = \frac{11}{4} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2 - 2 \times \frac{11}{4} \\ y = \frac{11}{4} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 2 - \frac{11}{2} \\ y = \frac{11}{4} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-7}{2} \\ y = \frac{11}{4} \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

وبالتالي حل النظمة هو الزوج $\left(\frac{-7}{2}; \frac{11}{4}\right)$.

قاعدة 3:

نعتبر النظمة $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$
 لحل النظمة مبيانيا نقوم بإنشاء المستقيم (D) الذي معادلته هي $ax + by + c = 0$ و المستقيم (D') الذي معادلته هي $a'x + b'y + c' = 0$.
 احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين (D) و (D') هي حل النظمة.

ملاحظة:

- * إذا كان (D) لا يقطع (D') فإن النظام ليس لها حل.
- * إذا كان (D) منطبق مع (D') فإن كل زوج $(x; y)$ هو حل للنظمة.

تمرين تطبيقي:

حل مبيانيا النظمات التالية:

$$\begin{cases} 3x + 3y = 6 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = -5 \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 2y = 4 \\ -2x + 2y = -8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + 2y = 4 \\ -2x + 2y = -8 \end{cases} \quad * \text{ حل النظمة}$$

نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $4x + 2y = 4$ والمستقيم (D') الذي معادلته $-2x + 2y = -8$.

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .

$$4x + 2y = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$y = -2x + 2 \quad \text{يعني أن}$$

$$\text{إذن } (D): y = -2x + 2$$

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D') .

$$-2x + 2y = -8 \quad \text{لدينا}$$

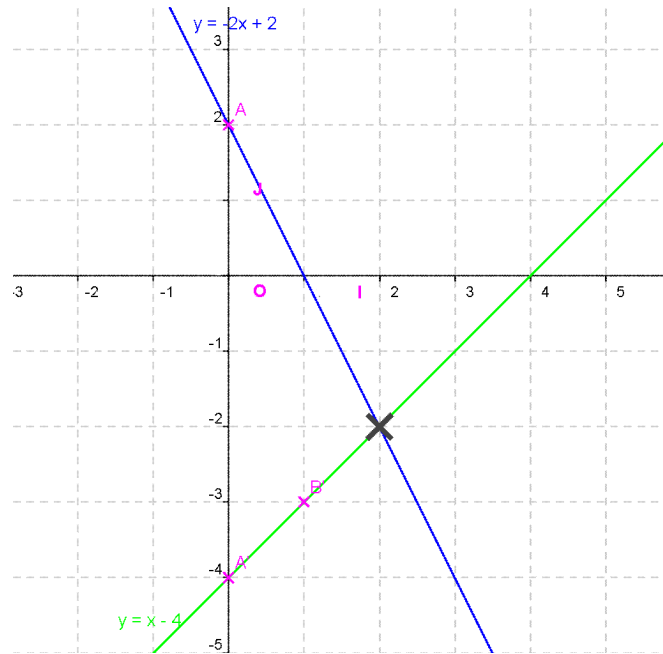
يعني أن $y = x - 4$

إذن $(D') : y = x - 4$

لننشئ المستقيمين (D) و (D') .

(D) يمر من $A(0;2)$ و $I(1;0)$

(D') يمر من $A'(0;-4)$ و $B'(1;-3)$



وبالتالي حل النظام هو الزوج $(2; -2)$.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 4 \\ x + y = -5 \end{cases} \quad *$$

نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $2x + 2y = 4$ والمستقيم (D')

الذي معادلته $x + y = -5$.

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .

$$2x + 2y = 4 \quad \text{لدينا}$$

$$y = -x + 2 \quad \text{يعني أن}$$

$$(D): y = -x + 2 \quad \text{إذن}$$

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D') .

$$x + y = -5 \quad \text{لدينا}$$

$$y = -x - 5 \quad \text{يعني أن}$$

$$(D): y = -x - 5 \quad \text{إذن}$$

نلاحظ أن المستقيمين لهما نفس الميل و ليس لهما نفس الأرتوب إذن المستقيمين متوازيان قطعاً.

وبالتالي النظمة ليس لها حل.

$$\begin{cases} 3x + 3y = 6 \\ x + y = 2 \end{cases} \quad \text{حل النظمة} \quad *$$

نعتبر المستقيم (D) الذي معادلته $3x + 3y = 6$ والمستقيم (D')

الذي معادلته $x + y = 2$.

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D) .

$$3x + 3y = 6 \quad \text{لدينا}$$

$$y = -x + 2 \text{ يعني أن}$$

$$(D): y = -x + 2 \text{ إذن}$$

لنحدد المعادلة المختصرة للمستقيم (D') .

$$x + y = 2 \text{ لدينا}$$

$$y = -x + 2 \text{ يعني أن}$$

$$(D'): y = -x + 2 \text{ إذن}$$

نلاحظ أن المستقيمين لهما نفس المعادلة المختصرة
إذن المستقيمين منطبقان.

وبالتالي كل زوج $(x; y)$ هو حل للنظمة.

قاعدة 4:

لحل مسألة تؤول في حلها إلى نظمة من الدرجة الأولى
بمجهولين نتبع المراحل التالية:

- * فهم المسألة.
- * تحديد المجهولين المناسبين.
- * صياغة النظمة.
- * حل النظمة.
- * تأويل النتائج.

مسألة :

واجب زيارة معرض تجاري هو 3 دراهم للصغار و 7 دراهم للكبار. أدى فوج مكون من 50 زائرا مبلغ 290 درهما لزيارة هذا المعرض.

ما هو عدد الأطفال و الكبار من هذا الفوج؟

* تحديد المجهولين المناسبين.

x : عدد الأطفال.

y : عدد الكبار.

* صياغة النظمة.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 7y = 290 \end{cases}$$

* حل النظمة.

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 3x + 7y = 290 \end{cases} \quad \text{لدينا}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ 3x + 7y = 290 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ 3(50 - y) + 7y = 290 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ 150 - 3y + 7y = 290 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ 4y = 290 - 150 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ 4y = 140 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 50 - y \\ y = 35 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

$$\begin{cases} x = 15 \\ y = 35 \end{cases} \quad \text{يعني أن}$$

* تأويل النتائج.

عدد الأطفال هو 15.

عدد الكبار هو 35.