

الترتيب والعلاقات



خاصية 1:

ليكن a و b عددا حقيقيين

• إذا كان $a < b$ فإن $a - b < 0$

• إذا كان $a < b$ فإن $a - b < 0$

تمرين تطبيقي 1:

قارن الأعداد التالية في كل حالة من الحالات التالية:

- ① - $\frac{3}{5}$ و $\frac{5}{7}$
- ② - $3 + 2\sqrt{2}$ و $2 + 3\sqrt{2}$

تحديد التمرين التطبيقي 1:

① - لدينا $\frac{3}{5} - \frac{5}{7} = \frac{21 - 25}{35}$

$= \frac{-4}{35} < 0$

إذن

② - لدينا $(3 + 2\sqrt{2}) < (2 + 3\sqrt{2})$

$= 3 + 2\sqrt{2} - 2 - 3\sqrt{2}$

$= 1 - \sqrt{2} < 0$

$3 + 2\sqrt{2} < 2 + 3\sqrt{2}$

خاصية 2:

لبن ا و ب و ج اعداد حقيقية
 * اذا كان $a > b$
 فان $a + c > b + c$

خاصية 3:

لبن ا و ب و ج و د اعداد حقيقية
 * اذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$
 فان $a + c \leq b + d$

تعمير تطبيقي

لبن ا و ب عددين حقيقيين بحيث $a > b$ بين اننا	① $\frac{a+b}{3} + b < a$
② $3a > 2a + b$	③ $4b - a < 3b$
④ $-7a + 4b < -3b$	⑤ $4a + b > a + 4b$
⑥ $9a + 10b < 10a + 9b$	

تصبح التعمير التطبيقي

① $\frac{a+b}{3} + b < a$

$a > b$

① $b < a$

لدينا

يعني ان

$$\textcircled{2} \quad \frac{\sqrt{a}}{3} < 0$$

لدينا

إذن هنا $\textcircled{1}$ و $\textcircled{2}$ مستبعد أن

$$b + \left(\frac{\sqrt{a}}{3}\right) < a - 0$$

$$b + \frac{\sqrt{a}}{3} > a$$

ويعني أن

$$\frac{\sqrt{a}}{3} + b < a$$

وبالتالي

- $\textcircled{2}$

* طريقة 1 :

$$3a > 2a + b$$

لدينا

$$* 3a - (2a + b)$$

$$= 3a - 2a - b$$

$$= a - b > 0 \quad (\text{لأن } a > b)$$

$$3a > 2a + b$$

إذن

* طريقة 2 :

$$a > b$$

لدينا

$$a + 2a > b + 2a$$

يعني أن

$$3a > 2a + b$$

وبالتالي

$$\begin{aligned} & \text{③} \quad \text{لدينا} \quad 4b - a < 3b \\ & \quad \quad \quad = b - a < 0 \quad (b < a) \\ & \quad \quad \quad 4b - a < 3b \quad \text{وبالتالي} \end{aligned}$$

خاصية 4،

ليكن a و b عددين حقيقيين و k عدد حقيقي موجب
 إذا كان $a < b$
 فإن $ka < kb$

خاصية 5،

ليكن a و b و k أعداد حقيقية
 إذا كان $a > b$ و $k < 0$
 فإن $ka < kb$

تدعم التمرين بالطريق السابق

$$\begin{aligned} & \text{④} \quad -7a + 4b < 3b \\ & \quad \quad \quad a > b \quad \text{لدينا} \\ & \quad \quad \quad -7a < -7b \quad \text{بمضروبنا} \\ & \quad \quad \quad -7a + 4b < -7b + 4b \quad \text{بمضروبنا} \\ & \quad \quad \quad -7a + 4b < 3b \quad \text{أو} \end{aligned}$$

$$4a + b > a + 4b \quad (5)$$

$$a > b \quad \text{لدينا}$$

$$3a > 3b \quad \text{يعني أن}$$

$$3a + a + b > 3b + a + b \quad \text{يعني أن}$$

$$4a + b > 4b + a \quad \text{وبالتالي}$$

$$9a + 10b < 10a + 9b \quad (6)$$

$$a > b \quad \text{لدينا}$$

$$b < a \quad \text{يعني أن}$$

$$9a + 9b + b < a + 9a + 9b \quad \text{يعني أن}$$

$$9a + 10b < 10a + 9b \quad \text{وبالتالي}$$

خاصية 6

ليكن a و b و c و d أعداد حقيقية موجبة

$$\bullet \text{ إذا كان } a > b \text{ و } c > d$$

$$ac > bd$$

خاصية 7:

ليكن a و b عددان حقيقيان موجبان

$$\bullet \text{ إذا كان } a \leq b \text{ فإن } a^n \leq b^n$$

$$\bullet \text{ إذا كان } a \leq b \text{ فإن } a^m \leq b^m$$

تقريباً تطبيقي

قارن ما يلي

$$\bullet (5 + 6\sqrt{5}) \text{ و } (5 + \sqrt{4}) \quad \bullet (\sqrt{3} - \sqrt{4}) \text{ و } (2 - \sqrt{4})$$

$$\bullet (15 - 2\sqrt{3}) \text{ و } (11 - 2\sqrt{3}) \quad \bullet 2\sqrt{8} \text{ و } 3\sqrt{11}$$

تصحيح التمرين التطبيقي

$$\bullet 2\sqrt{8} \text{ و } 3\sqrt{11}$$

$$\bullet (2\sqrt{8})^2 = 4 \times 8 = 32$$

$$\bullet (3\sqrt{11})^2 = 9 \times 11 = 99$$

$$(3\sqrt{11})^2 > (2\sqrt{8})^2$$

$$3\sqrt{11} > 2\sqrt{8}$$

اذنا

وبالتالي

$$\bullet 3\sqrt{2} \text{ و } 2\sqrt{3}$$

$$\bullet (3\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18 \quad \text{اذنا}$$

$$\bullet (2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

$$(3\sqrt{2})^2 > (2\sqrt{3})^2$$

$$3\sqrt{2} > 2\sqrt{3}$$

وبالتالي

$$\bullet -2\sqrt{5} \text{ و } -7\sqrt{3}$$

$$\bullet (-2\sqrt{5})^2 = 4 \times 5 = 20 \quad \text{اذنا}$$

$$\bullet (-7\sqrt{3})^2 = 49 \times 3 = 147$$

$$(-7\sqrt{3})^2 > (-2\sqrt{5})^2$$

$$-7\sqrt{3} > -2\sqrt{5}$$

وبالتالي

$$-7\sqrt{3} < -2\sqrt{5}$$

وبالتالي

$$* 5 + 6\sqrt{5} \text{ و } 5 + \sqrt{2}$$

$$* 5 + 6\sqrt{5} - (5 + \sqrt{2})$$

$$= 5 + 6\sqrt{5} - 5 - \sqrt{2}$$

$$= 6\sqrt{5} - \sqrt{2}$$

$$* (6\sqrt{5})^2 = 36 \times 5 = 180$$

$$* (\sqrt{2})^2 = 2$$

$$(6\sqrt{5})^2 > (\sqrt{2})^2$$

$$6\sqrt{5} > \sqrt{2}$$

$$6\sqrt{5} - \sqrt{2} > 0$$

$$5 + 6\sqrt{5} > 5 + (-\sqrt{2})$$

$$5 + 6\sqrt{5} > 5 - \sqrt{2}$$

لدينا

ولدينا

إذا

وهذه

تعريف 1 :

ليكن a و b و c أعداد حقيقية* إذا كان $a \leq b$ و $b \leq c$ فإننا نكتب $a \leq b \leq c$ وتسمى هذه النسبة بالترتيب للعدد b .

خاصية 8 :

ليكن a و b و c و d أعداد حقيقية* إذا كان $a \leq b \leq c$ فإن $a + d \leq b + d \leq c + d$

خاصية 9

ليكن a و b و c و x و y و z أعداد حقيقية
 إذا كان $a \leq b \leq c$ و $x \leq y \leq z$
 فإن $a+x \leq b+y \leq c+z$

خاصية 10

ليكن a و b و c و R أعداد حقيقية حيث R موجب
 إذا كان $a \leq b \leq c$
 فإن $Ra \leq Rb \leq Rc$

خاصية 11

ليكن a و b و c و R أعداد حقيقية حيث R سالب
 إذا كان $a \leq b \leq c$
 فإن $Ra \geq Rb \geq Rc$

خاصية 12

ليكن a و b و c و x و y و z أعداد حقيقية موجبة
 إذا كان $a \leq b \leq c$ و $x \leq y \leq z$
 فإن $ax \leq by \leq cz$

خاصية 13

ليكن a و b و c أعداد حقيقية موجبة
 إذا كان $a \leq b \leq c$
 فإن $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}$

خاصية 14

ليكن a و b و c أعداد حقيقية موجبة
 إذا كان $a \leq b \leq c$
 فإن $a^n \leq b^n \leq c^n$

تمرين تطبيقي

x و y و z أعداد حقيقية بحيث
 $2 \leq x \leq 7$ و $1 \leq -y \leq -7$ و $3 \leq z \leq 5$

- * $x+y+z$ و $x-y+z$ و $x+y-z$
- * $x+2y-3z$ و $2x+3y$ و $4x-2y+z$ و $x+y$
- * $3x$
- * $-7y$
- * $5x-y$

نصحيح التمرين التطبيقي

$$2 \leq x \leq 7$$

$$6 \leq 3x \leq 21$$

لدينا
 نفسان