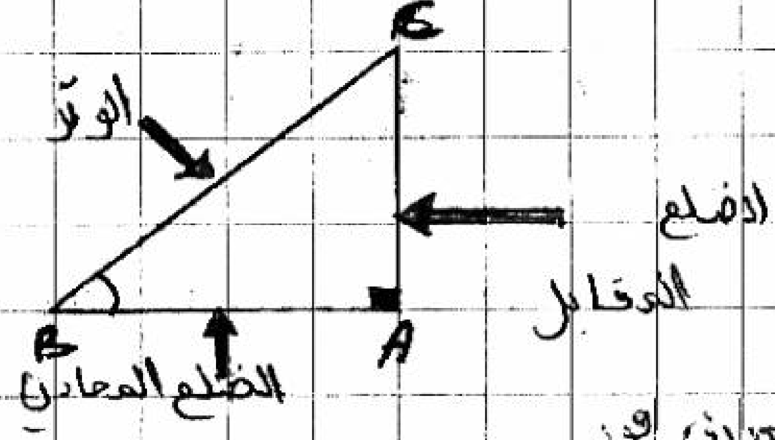
الحساب المثلثي

تعريف 1:

إذا كان ABC قائم الزاوية في A فإن جيب تمام الزاوية $A\hat{B}C$ هو الضلع المحاذي لها على الوتر أي $\frac{AB}{BC}$ ونرمز له بـ $\cos A\hat{B}C$

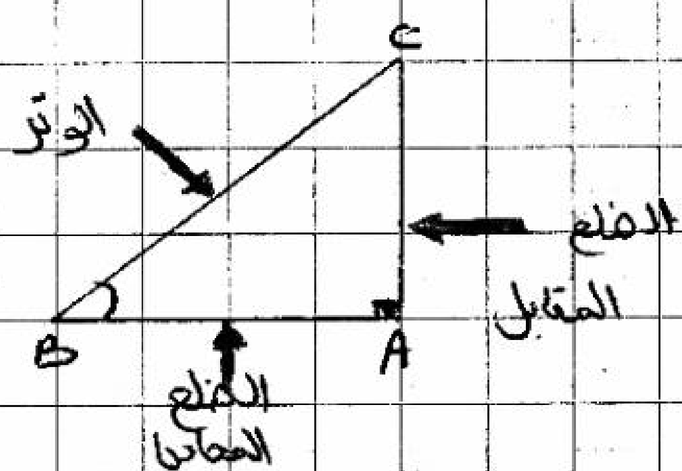
$$\cos A\hat{B}C = \frac{AB}{BC}$$



تعريف 2:

إذا كان ABC قائم الزاوية في A فإن جيب الزاوية $A\hat{B}C$ هو الضلع المقابل لها على الوتر أي $\frac{AC}{BC}$ ونرمز له بـ $\sin A\hat{B}C$

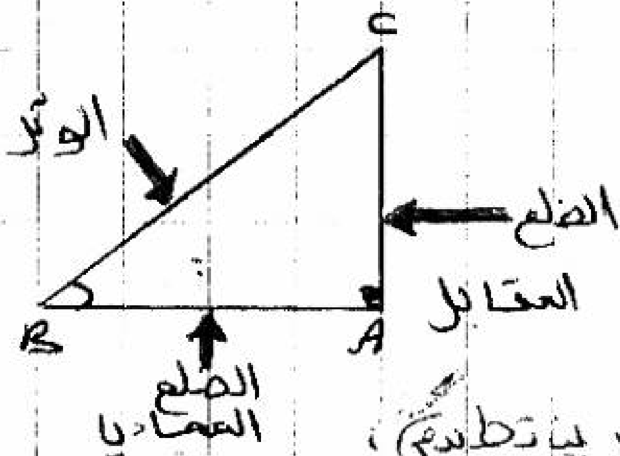
$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$



تعريف 3 :

إذا كان ABC قائم الزاوية في A فإن ظل الزاوية $\hat{ABC}$ هو الضلع المقابل على الضلع المحاذي أي $\frac{AC}{AB}$ ونرمز له ب $\tan \hat{ABC}$

$$\tan \hat{ABC} = \frac{AC}{AB}$$



تمرين تطبيقي :

ABC قائم الزاوية في A حيث $AC=3$ و $AB=4$ و $BC=5$

1- أحسب $\cos \hat{ABC}$ ، $\sin \hat{ABC}$ و $\tan \hat{ABC}$

2- أحسب $\cos B\hat{C}A$ ، $\sin B\hat{C}A$ ، $\tan B\hat{C}A$

تصحيح تمرين تطبيقي :

2 -

$$\cos \hat{ABC} = \frac{AB}{B} = \frac{4}{5}$$

$$\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\tan \hat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{4}$$

خاصية 1:

إذا كان x زاوية حادة فإن:
$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

تمرين تطبيقي:

1- أحسب $\sin^2 x$ بدلالة: $\cos^2 x$

2- أحسب $\cos^2 x$ بدلالة: $\sin^2 x$

تصحيح تمرين تطبيقي:

1- لدينا $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
إذن $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

2- لدينا $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
إذن $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$

خاصية 2:

إذا كان x زاوية حادة فإن:
$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

تمرين تطبيقي :

x زاوية حادة حيث $\cos x = \frac{1}{2}$

1 - أحسب $\sin x$

تصحيح التمرين التطبيقي :

لدينا $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2$

$\sin^2 x = 1 - \frac{1}{2^2}$

$\sin^2 x = \frac{4}{4} - \frac{1}{4}$

$\sin^2 x = \frac{3}{4}$

$\sin x = \sqrt{\frac{3}{4}}$

خاصية 3 :

إذا كانت x زاوية حادة فإن :

$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

تمرين تطبيقي :

1 - أحسب $\cos x$ بدلالة $\sin x$ و $\tan x$

2 - أحسب $\sin x$ بدلالة $\cos x$ و $\tan x$

تصحيح تمرين تطبيقي :

لدينا $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

يعني أن : $\cos x = \frac{\sin x}{\tan x}$

لدينا $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

يعني أن $\sin x = \tan x \times \cos x$

خاصية 4 :

إذا كان x زاوية حادة فإن

* $\cos x = \dfrac{\sin x}{\tan x}$

* $\sin x = \tan x \times \cos x$

تمرين تطبيقي :

α زاوية حادة حيث $\cos\alpha = \dfrac{1}{5}$

* أحسب $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$

تصحيح تمرين تطبيقي :

لدينا $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$= 1 - \left(\dfrac{1}{5}\right)^2$

$= 1 - \dfrac{1}{25}$

$= \dfrac{25}{25} - \dfrac{1}{25} = \dfrac{24}{25}$

إذن $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{24}{25}}$

$\dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{25}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$

خاصية 5 :

إذا كانت x و y زاويتان متتامتان فإن :

* $\cos x = \sin y$
* $\sin x = \cos y$

تمرين تطبيقي :

أحسب مايلي :

$x_1 = \cos 5° + 2\sin^2 22° - \sin 85° + 2\sin^2 68°$

$x_2 = \cos^2 14° + \cos^2 28° + \cos^2 76° + \cos^2 62°$

* $x_1 = \cos 5° + 2\sin^2 22° - \sin 85° + 2\sin^2 68°$

$= \cancel{\sin 85°} + 2\cos^2 68° - \cancel{\sin 85°} + 2\sin^2 68°$

$= 2\cos^2 68 + 2\sin^2 68°$

$= 2(\cos^2 68° + \sin^2 68°)$

$= 2 \times 1 = 2$

* $5\sin^2 34° + 3\cos^2 11° + 5\sin^2 56° + 3\cos^2 79°$

$= \underline{5\cos^2 56°} + \underline{\underline{3\sin^2 79°}} + \underline{5\sin^2 56°} + \underline{\underline{3\cos^2 79}}$

$= 5(\cos^2 56° + \sin^2 56°) + 3(\cos^2 79 + \sin^2 79)$

$= 5 \times 1 + 3 \times 1$

$= 5 + 3 = 8$

خاصية 6 :

إذا كان x و y زاويتان متتامتان فإن ،

$$\tan x = \frac{1}{\tan y}$$